Calculus Practice: Chain Rule 7a

Differentiate each function with respect to *x*.

1) $f(x) = \sin^{-1} -5x^4$

A) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + 5x^4}} \cdot -20x^3$
$= -\frac{20x^3}{\sqrt{1 + 5x^4}}$

B) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - (-5x^4)^2}} \cdot -20x^3$
$= -\frac{20x^3}{\sqrt{1 - 25x^8}}$

C) $f'(x) = \frac{1}{1 - (-5x^4)^2} \cdot -20x^3$
$= -\frac{20x^3}{1 - 25x^8}$

D) $f'(x) = \cos -5x^4 \cdot -20x^3$

2) $f(x) = \csc^{-1} x^4$

A) $f'(x) = -\frac{1}{\left|x^4\right| \sqrt{(x^4)^2 - 1}} \cdot 4x^3$
$= -\frac{4}{x\sqrt{x^8 - 1}}$

B) $f'(x) = -\frac{1}{\left|x^4\right| \left((x^4)^2 - 1\right)} \cdot 4x^3$
$= -\frac{4}{x(x^8 - 1)}$

C) $f'(x) = -\frac{1}{\left|x^4\right| \sqrt{x^4 - 1}} \cdot 4x^3$
$= -\frac{4}{x\sqrt{x^4 - 1}}$

D) $f'(x) = -\csc^{-1} x^4 \tan x^4 \cdot 4x^3$
$= -4x^3 \csc^{-1} x^4 \cdot \tan x^4$

3) $y = \tan^{-1} -2x^2$

A) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{(-2x^2)^2 + 1}} \cdot -4x$
$= -\frac{4x}{\sqrt{4x^4 + 1}}$

B) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{-2x^2 + 1} \cdot -4x$
$= -\frac{4x}{-2x^2 + 1}$

C) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{(-2x^2)^2 + 1} \cdot -4x$
$= -\frac{4x}{4x^4 + 1}$

D) $\frac{dy}{dx} = \sec^2 -2x^2 \cdot -4x$

4) $y = \cos^{-1} -4x^4$

A) $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{1 - (-4x^4)^2} \cdot -16x^3$
$= \frac{16x^3}{1 - 16x^8}$

B) $\frac{dy}{dx} = -\sin -4x^4 \cdot -16x^3$
$= 16x^3 \sin -4x^4$

C) $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1 - (-4x^4)^2}} \cdot -16x^3$
$= \frac{16x^3}{\sqrt{1 - 16x^8}}$

D) $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1 + 4x^4}} \cdot -16x^3$
$= \frac{16x^3}{\sqrt{1 + 4x^4}}$

5) $f(x) = \sec^{-1} 2x^5$

A) $f'(x) = \dfrac{1}{\left|2x^5\right|\sqrt{(2x^5)^2 - 1}} \cdot 10x^4$
$= \dfrac{10x^4}{\left|2x^5\right|\sqrt{4x^{10} - 1}}$

B) $f'(x) = \dfrac{1}{\left|2x^5\right|\sqrt{2x^5 - 1}} \cdot 10x^4$
$= \dfrac{10x^4}{\left|2x^5\right|\sqrt{2x^5 - 1}}$

C) $f'(x) = \sec^{-1} 2x^5 \cdot \cot 2x^5 \cdot 10x^4$

D) $f'(x) = \dfrac{1}{\left|2x^5\right|\left((2x^5)^2 - 1\right)} \cdot 10x^4$
$= \dfrac{10x^4}{\left|2x^5\right|\left(4x^{10} - 1\right)}$

6) $y = \cos^{-1} 5x^4$

A) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{\sqrt{1 - (5x^4)^2}} \cdot 20x^3$
$= -\dfrac{20x^3}{\sqrt{1 - 25x^8}}$

B) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{1 - (5x^4)^2} \cdot 20x^3$
$= -\dfrac{20x^3}{1 - 25x^8}$

C) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{\sqrt{1 - 5x^4}} \cdot 20x^3$
$= -\dfrac{20x^3}{\sqrt{1 - 5x^4}}$

D) $\dfrac{dy}{dx} = -\sin 5x^4 \cdot 20x^3$
$= -20x^3 \sin 5x^4$

7) $y = \tan^{-1} 5x^2$

A) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{5x^2 + 1} \cdot 10x$
$= \dfrac{10x}{5x^2 + 1}$

B) $\dfrac{dy}{dx} = \sec^2 5x^2 \cdot 10x$

C) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{(5x^2)^2 + 1}} \cdot 10x$
$= \dfrac{10x}{\sqrt{25x^4 + 1}}$

D) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{(5x^2)^2 + 1} \cdot 10x$
$= \dfrac{10x}{25x^4 + 1}$

8) $f(x) = \cot^{-1} 3x^4$

A) $f'(x) = -\dfrac{1}{3x^4 + 1} \cdot 12x^3$
$= -\dfrac{12x^3}{3x^4 + 1}$

B) $f'(x) = -\sin^2 3x^4 \cdot 12x^3$
$= -12x^3 \sin^2 3x^4$

C) $f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{(3x^4)^2 + 1}} \cdot 12x^3$
$= -\dfrac{12x^3}{\sqrt{9x^8 + 1}}$

D) $f'(x) = -\dfrac{1}{(3x^4)^2 + 1} \cdot 12x^3$
$= -\dfrac{12x^3}{9x^8 + 1}$

Calculus Practice: Chain Rule 7a

Differentiate each function with respect to *x*.

1) $f(x) = \sin^{-1} -5x^4$

A) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + 5x^4}} \cdot -20x^3$
$= -\frac{20x^3}{\sqrt{1 + 5x^4}}$

*B) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - (-5x^4)^2}} \cdot -20x^3$
$= -\frac{20x^3}{\sqrt{1 - 25x^8}}$

C) $f'(x) = \frac{1}{1 - (-5x^4)^2} \cdot -20x^3$
$= -\frac{20x^3}{1 - 25x^8}$

D) $f'(x) = \cos -5x^4 \cdot -20x^3$

2) $f(x) = \csc^{-1} x^4$

*A) $f'(x) = -\frac{1}{|x^4|\sqrt{(x^4)^2 - 1}} \cdot 4x^3$
$= -\frac{4}{x\sqrt{x^8 - 1}}$

B) $f'(x) = -\frac{1}{|x^4|((x^4)^2 - 1)} \cdot 4x^3$
$= -\frac{4}{x(x^8 - 1)}$

C) $f'(x) = -\frac{1}{|x^4|\sqrt{x^4 - 1}} \cdot 4x^3$
$= -\frac{4}{x\sqrt{x^4 - 1}}$

D) $f'(x) = -\csc^{-1} x^4 \tan x^4 \cdot 4x^3$
$= -4x^3 \csc^{-1} x^4 \cdot \tan x^4$

3) $y = \tan^{-1} -2x^2$

A) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{(-2x^2)^2 + 1}} \cdot -4x$
$= -\frac{4x}{\sqrt{4x^4 + 1}}$

B) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{-2x^2 + 1} \cdot -4x$
$= -\frac{4x}{-2x^2 + 1}$

*C) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{(-2x^2)^2 + 1} \cdot -4x$
$= -\frac{4x}{4x^4 + 1}$

D) $\frac{dy}{dx} = \sec^2 -2x^2 \cdot -4x$

4) $y = \cos^{-1} -4x^4$

A) $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{1 - (-4x^4)^2} \cdot -16x^3$
$= \frac{16x^3}{1 - 16x^8}$

B) $\frac{dy}{dx} = -\sin -4x^4 \cdot -16x^3$
$= 16x^3 \sin -4x^4$

*C) $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1 - (-4x^4)^2}} \cdot -16x^3$
$= \frac{16x^3}{\sqrt{1 - 16x^8}}$

D) $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1 + 4x^4}} \cdot -16x^3$
$= \frac{16x^3}{\sqrt{1 + 4x^4}}$

5) $f(x) = \sec^{-1} 2x^5$

*A) $f'(x) = \dfrac{1}{\left|2x^5\right|\sqrt{(2x^5)^2 - 1}} \cdot 10x^4$
$= \dfrac{10x^4}{\left|2x^5\right|\sqrt{4x^{10} - 1}}$

B) $f'(x) = \dfrac{1}{\left|2x^5\right|\sqrt{2x^5 - 1}} \cdot 10x^4$
$= \dfrac{10x^4}{\left|2x^5\right|\sqrt{2x^5 - 1}}$

C) $f'(x) = \sec^{-1} 2x^5 \cdot \cot 2x^5 \cdot 10x^4$

D) $f'(x) = \dfrac{1}{\left|2x^5\right|\left((2x^5)^2 - 1\right)} \cdot 10x^4$
$= \dfrac{10x^4}{\left|2x^5\right|\left(4x^{10} - 1\right)}$

6) $y = \cos^{-1} 5x^4$

*A) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{\sqrt{1 - (5x^4)^2}} \cdot 20x^3$
$= -\dfrac{20x^3}{\sqrt{1 - 25x^8}}$

B) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{1 - (5x^4)^2} \cdot 20x^3$
$= -\dfrac{20x^3}{1 - 25x^8}$

C) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{\sqrt{1 - 5x^4}} \cdot 20x^3$
$= -\dfrac{20x^3}{\sqrt{1 - 5x^4}}$

D) $\dfrac{dy}{dx} = -\sin 5x^4 \cdot 20x^3$
$= -20x^3 \sin 5x^4$

7) $y = \tan^{-1} 5x^2$

A) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{5x^2 + 1} \cdot 10x$
$= \dfrac{10x}{5x^2 + 1}$

B) $\dfrac{dy}{dx} = \sec^2 5x^2 \cdot 10x$

C) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{(5x^2)^2 + 1}} \cdot 10x$
$= \dfrac{10x}{\sqrt{25x^4 + 1}}$

*D) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{(5x^2)^2 + 1} \cdot 10x$
$= \dfrac{10x}{25x^4 + 1}$

8) $f(x) = \cot^{-1} 3x^4$

A) $f'(x) = -\dfrac{1}{3x^4 + 1} \cdot 12x^3$
$= -\dfrac{12x^3}{3x^4 + 1}$

B) $f'(x) = -\sin^2 3x^4 \cdot 12x^3$
$= -12x^3 \sin^2 3x^4$

C) $f'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{(3x^4)^2 + 1}} \cdot 12x^3$
$= -\dfrac{12x^3}{\sqrt{9x^8 + 1}}$

*D) $f'(x) = -\dfrac{1}{(3x^4)^2 + 1} \cdot 12x^3$
$= -\dfrac{12x^3}{9x^8 + 1}$